En déduire $\lim_{n\to+\infty} V_n$

C - Soit F la fonction définie sur $]-1,1[$ par :

$$\begin{cases} F(x) = \int_0^{\frac{1}{2}\,Log\frac{x^2}{1-x^2}} f(t)dt & \text{si } x \neq 0 \\ F(0) = -Log(1+\sqrt{2}) \end{cases}$$

1°/ a) Etudier la parité de F.

b) Montrer que F est dérivable sur $]0,1[$ et calculer $F'(x)$.

2°/ a) Calculer $F(\frac{\sqrt{2}}{2})$. En déduire l'expression de $F(x)$ sur $]0,1[$.

b) La fonction F est-elle continue en 0 ? Est-elle dérivable en 0 ?

c) Tracer, dans un autre repère orthonormé, la courbe (Γ) représentative de la fonction F.

3°/ Calculer $F(\alpha)$ et retrouver alors l'aire de la partie (K) du plan.

Problème 3 :(BAC)

A - Soit l'application définie sur **R** par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \dfrac{x + Logx}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1°/ a) Montrer que f est continue sur **R**

b) Etudier la dérivabilité de f au point 1.

2°/ a)Etudier les variations de l'application f et tracer sa courbe représentative ( ) dans un plan P rapporté a un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$.

b) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe ( ) et les droites respectives $y = 1$, $x = 1$ et $x = e$.

3°/ Soit φ la fonction définie sur **R** par : $\varphi(x) = \int_1^x tf(t)dt$

a) Ecrire l'expression de $\varphi(x)$ en fonction de x ($x \in R$)

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} \varphi(x)$.

c) Etudier les variations de la fonction φ et tracer sa courbe représentative ( ) dans un autre repère orthonormé du plan P.

B - Soit n un entier naturel non nul et g_n la fonction définie sur **R** par :

$g_n(t) = t^n \sin t$ on pose $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} tg_n(t)dt$

1°/ Justifier l'existence de I_n .